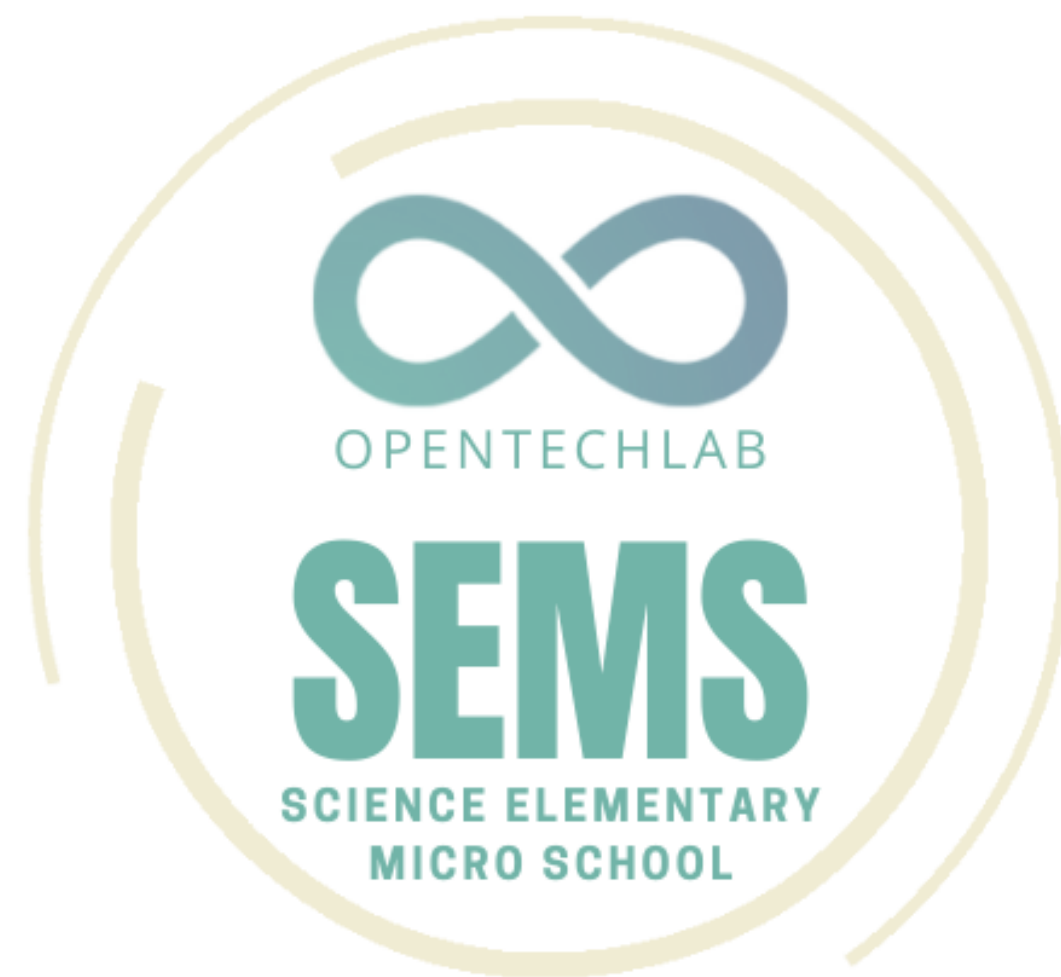


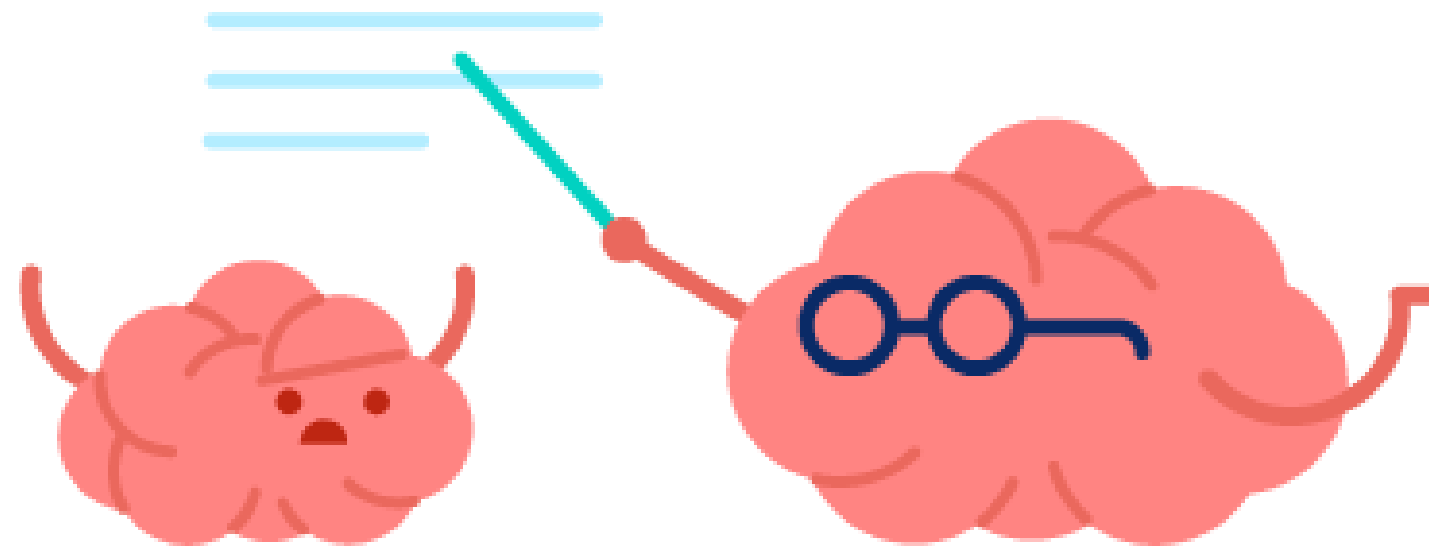
NÁHODA A PRAVDĚPODOBNOST

MatFyz lekce 1 - přednáška 1 - (c) 2022



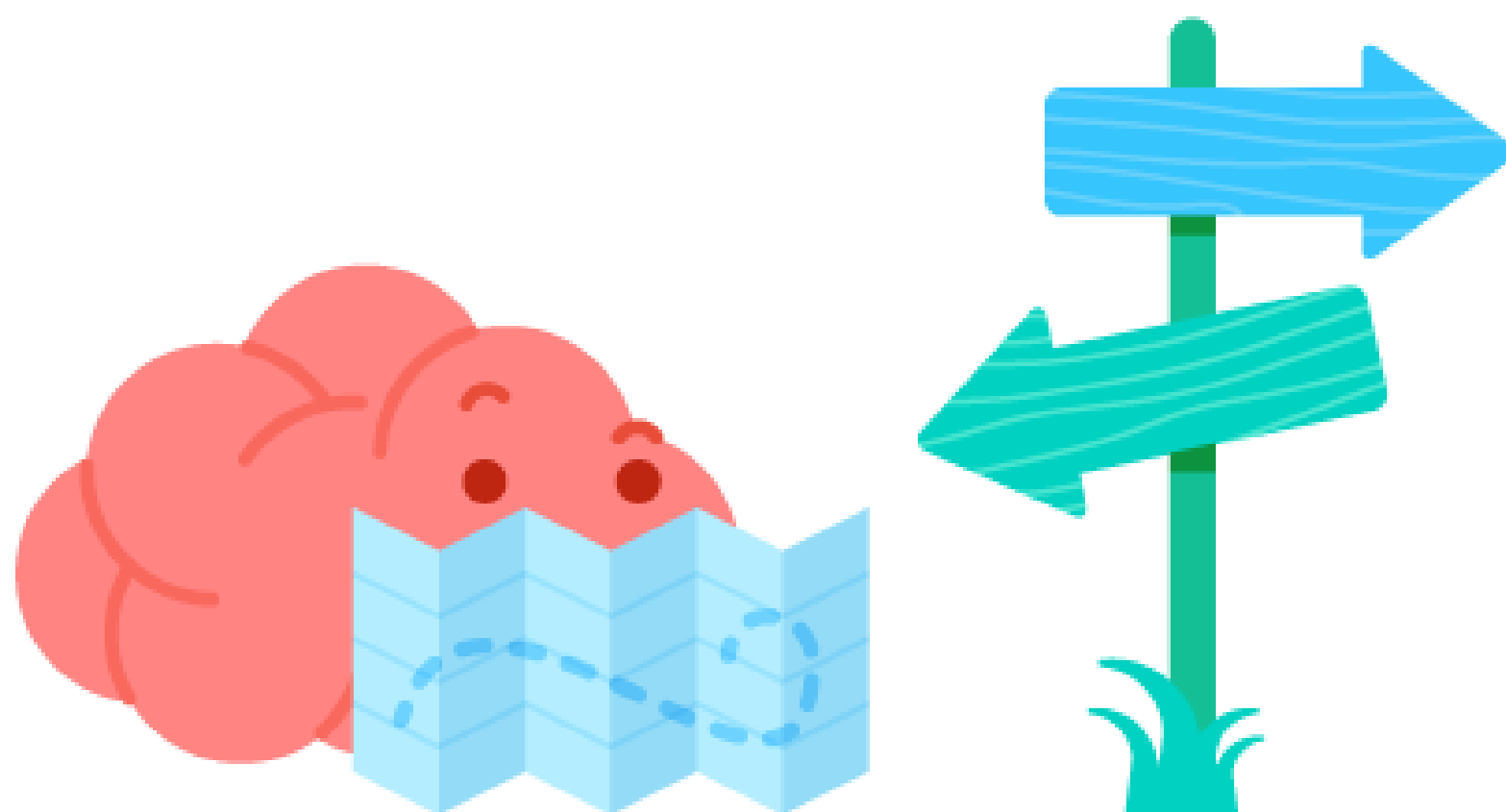
Zásadní otázka na úvod:
PROČ SE O TOM BAVÍME?

Důležitým předpokladem práce každého vědce je schopnost objektivně (držíce se faktů, věcně, nezaujatě) vyhodnotit informace, měřená data a především porozumět souvislostem.



Znalost nahodilosti a pravděpodobnosti je prvním z klíčů.

V běžném životě o náhodě hovoříme, když:



- příčinu či vysvětlení jevu *neumíme nalézt*:
 - výhra v loterii
- jev žádnou viditelnou příčinu *nemá*:
 - *náhodná setkání*

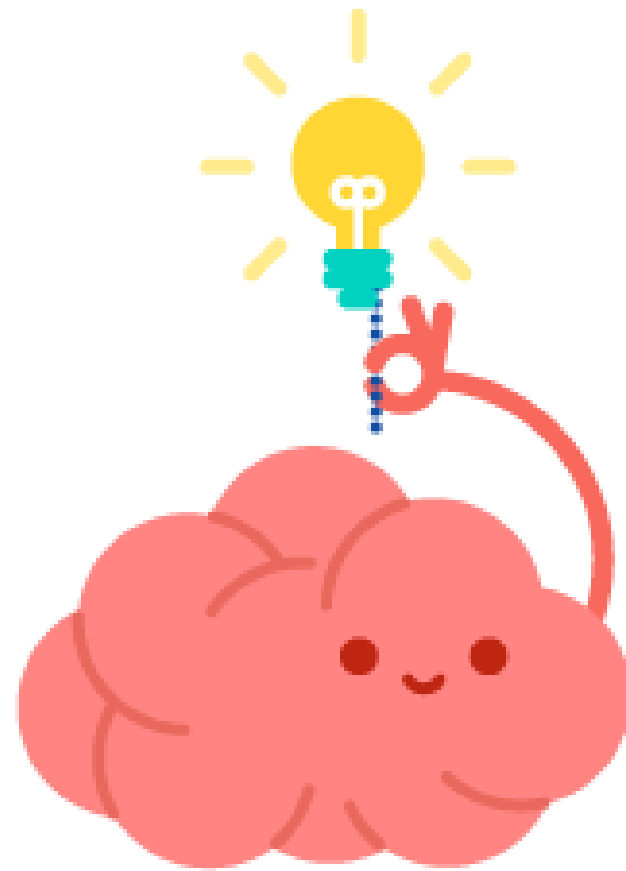
Nejedná se však o náhodu ve vědeckém smyslu slova. Ostatně proto v běžném životě dáváme náhodě citový podtext:



- pozitivní - hovoříme o štěstí, šťastné náhodě;
- negativní - hovoříme o smůle, neštěstí, nehodě;

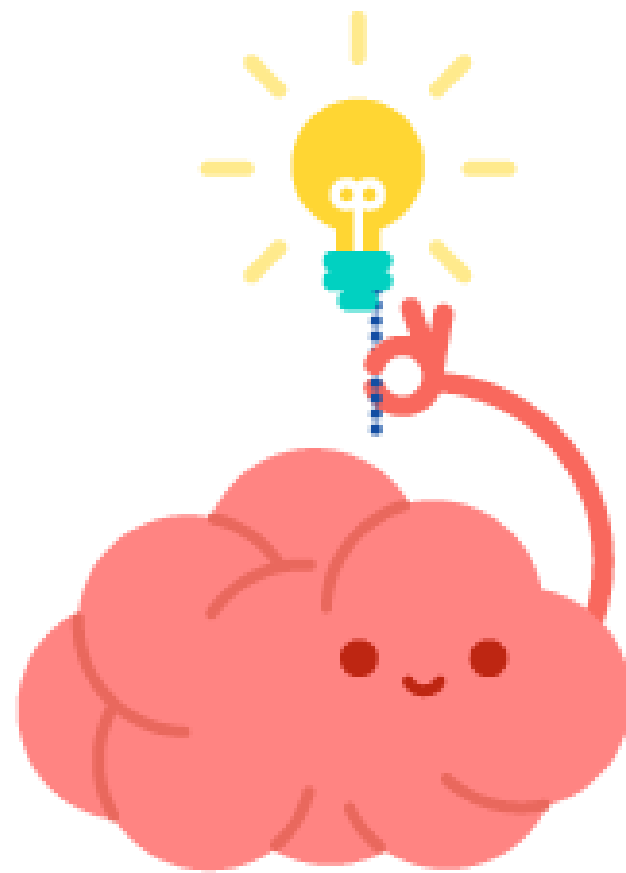
Zajímavá je teorie osudu - předurčení (nic se neděje náhodně) - .

Ve světě vědy je to s náhodou trochu jinak:



- Nejlepší vědecké vysvětlení jevu je vysvětlení kauzální čili nalezení nutné příčiny.
- To je však prakticky možné pouze u jevů s jednou příčinou.
- Proto se jevy ve vědě obvykle izolují do zjednodušených podmínek experimentu, kde se snažíme rušivé okolnosti vyloučit.

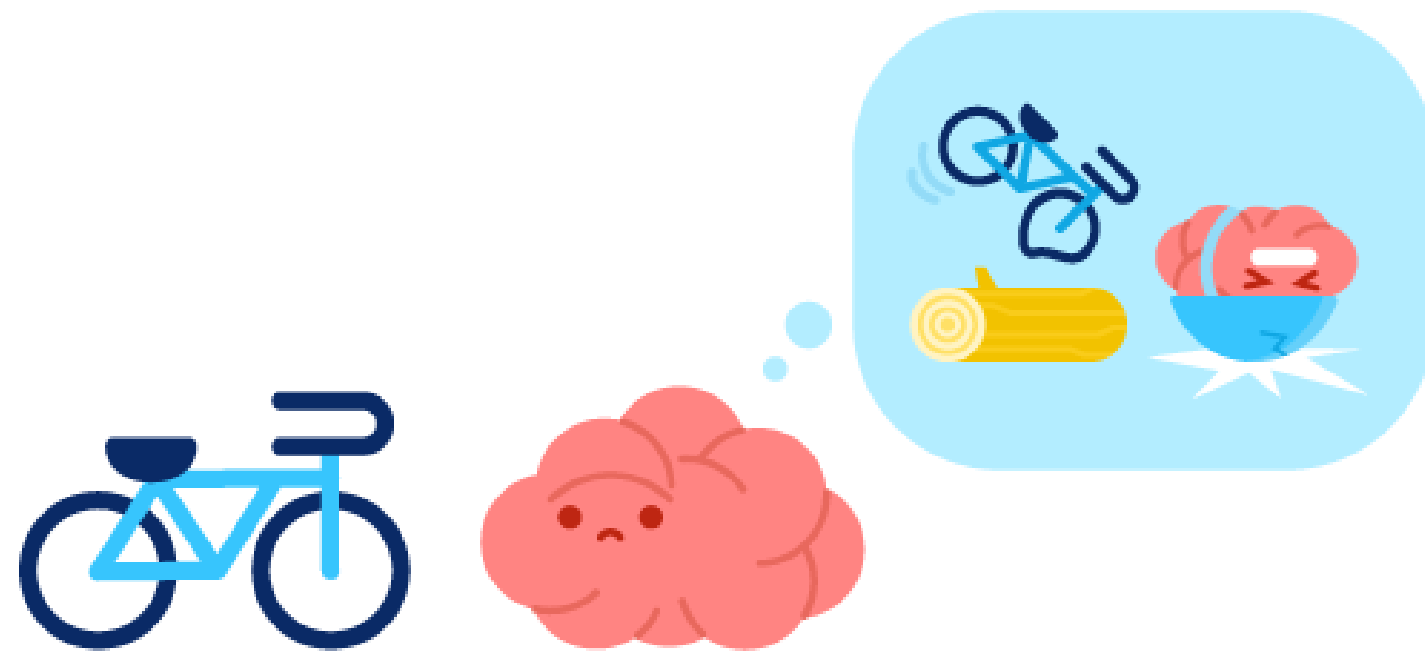
Náhodu nahrazuje pravděpodobnost:



- V jevech multikauzálních (s mnoha obtížně rozlišitelnými příčinami) věda nehledá příčinu, ale velikost jejich pravděpodobnosti.
- Multikauzální jevy se tedy označují za jisté nebo pravděpodobné (s hodnotou pravděpodobnosti) nebo vyloučené.

Do světa vědy emocionálně zabarvené vyhodnocování dat ze zásady nepatří.

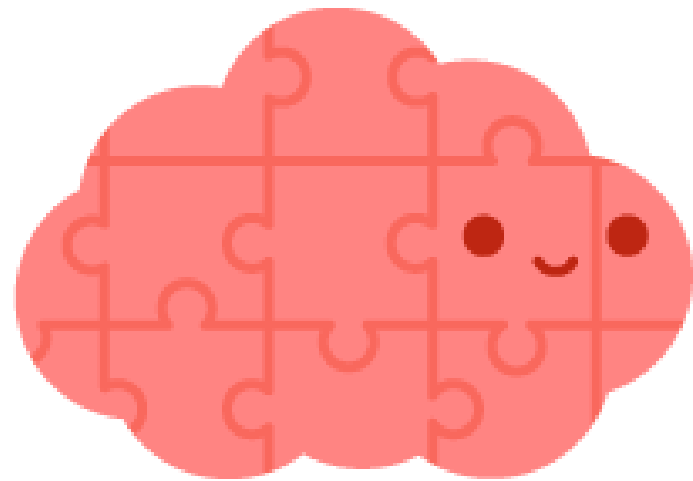
Co je to pravděpodobnost:



- Pravděpodobnost je objektivně (držíce se faktů, věcně, nezaujatě) vyjádřenou hodnotou, jak často lze očekávat daný jev.
- Existuje také subjektivní (osobní, vnitřní, intuitivní) pravděpodobnost. Tu používáme v běžném životě, ale vědec by se jí při své práci neměl podřizovat.

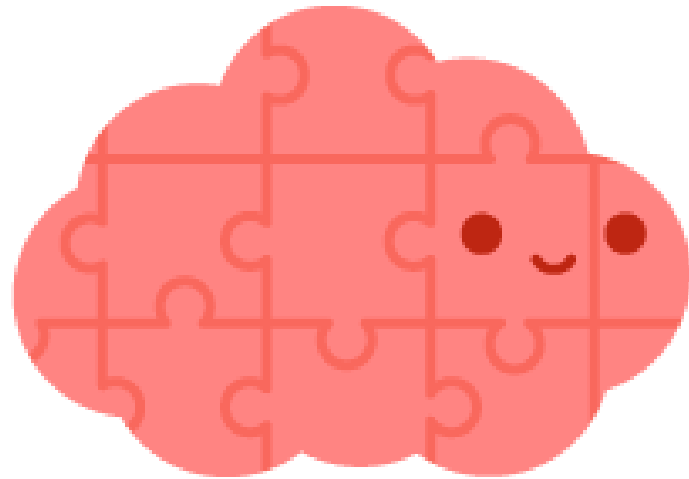
Pojďme na to prakticky - jev A:

- Hrací kostka má šest očíslovaných stran od 1 do 6.
- Pokud budu házet pouze jednou, je pravděpodobnost právě 1:6 (jedna jevu příznivá možnost z celkem šesti možností), že padne například číslo 5.
- Stejná pravděpodobnost platí pro jiné předem zvolené číslo, pokud je v intervalu (rozmezí) 1 až 6.
- Pokud je zvolené číslo mimo tento interval (například číslo 17), pak je pravděpodobnost mimo pravděpodobnostní pole. V takovém případě hovoříme o nulové pravděpodobnosti - vyloučeném jevu.



Pravděpodobnost lze vyjádřit také reálným číslem "P" v intervalu mezi 0 a 1 ($<0,1>$). Získáme jej podílem: $P(A) = 1 : 6 = 0,166$

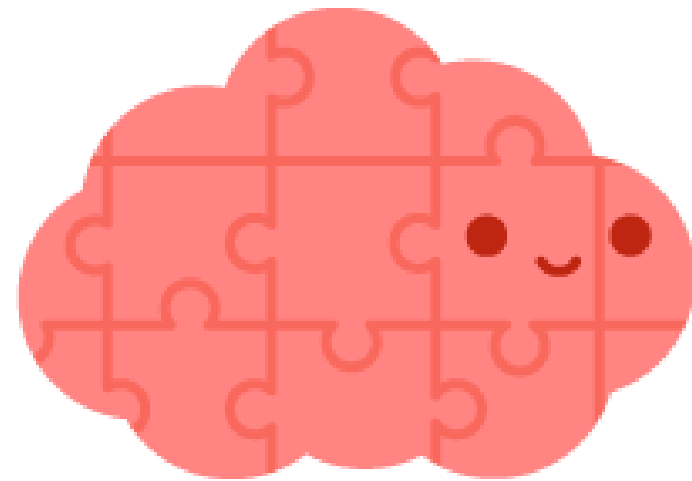
Co když budeme házet podruhé - jev B:



- Budu-li kostkou házet dvakrát, Jaká je pravděpodobnost, že mi padne **pokaždé** šestka?
- Nejprve musíme spočítat ω (malá omega). Tedy kolik všech jevů může nastat. Když poprvé padne 1, po druhé může padnout 1 až šest. Tím jsme našli prvních 6 možností. Celkem jich je 6×6 , tedy 36:

$\omega = [1,1], [1,2], [1,3], [1,4], [1,5], [1,6],$
 $[2,1], [2,2], [2,3], [2,4], [2,5], [2,6],$
...
 $[6,1], [6,2], [6,3], [6,4], [6,5], [6,6]$

Co když budeme házet podruhé - jev B:



- Počet příznivých výsledků známe. Je pouze jeden - když padnou dvě šestky za sebou.
- Výsledný výpočet pravděpodobnosti P jevu B pak je následující:

$$P(B) = 1 : \omega = 1 : 36 = 0,028$$

Téma pro seminář

Prediktivní limity pravděpodobnosti

$$3x = 6; x = \underline{\quad}$$



- Mají dříve uvedené výpočty pravděpodobnosti hodu kostkou své limity (meze) platnosti?
- Jak úspěšně lze výpočty pravděpodobnosti jevu využít k predikci (předpovědi) budoucí události?

Seminář:

Studenti v rámci diskuse vyslovují teze, zda mají výpočty pravděpodobnosti, zmíněné v přednášce, meze platnosti a pokud ano, kde takové meze leží a proč. Současně se zamýšlejí, jak výpočty pravděpodobnosti využít k predikci budoucích událostí, přičemž opět vyslovují teze o platnosti a limitech takové predikce.

Studenti mohou mít různé, i protichůdné teze. Důležité je, aby své teze vždy dokázali podložit argumenty. Vyslovené teze se zapisují a probíhá diskuse nad volbou experimentu, kterým bude ověřena platnost vyslovených tezí.

Mentor navrhuje využít série pokusů s hracími kostkami - Studenti vyrobí 3D tiskem identické hrací kostky a provedou každé sérii 100 hodů, přičemž výsledky zaevidují do tabulek.

Experiment - provedení:

Studenti prostřednictvím programu pro 3D modelování vytváří trojrozměrný model kostky (podmínka je, aby modely kostek byly vzájemně identické rozměry, hmotností i pozicí čísel). Následně modely kostek zpracovávají pro 3D tisk a nakonec tisknou.

Každý student následně provádí sérii 100 pokusů hodů svou kostkou a výsledky každého z hodů zapisují do tabulky v tabulkovém kalkulátoru (např. Excel).

Experiment - vyhodnocení I:

Po provedení experimentu je studenti provádí jeho vyhodnocování.

Studenti na základě propočtu pravděpodobnosti určí, kolikrát by se v provedené sérii 100 hodů mělo vyskytovat libovolné číslo - např. číslo 6.

Následně počítají, kolikrát se v provedené sérii 100 hodů vyskytují jednotlivá čísla - 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Po spočítání studenti zjišťují pravidelnou odchylku výsledků - určitá tři čísla se vyskytují výrazně častěji, než předpověděl výpočet pravděpodobnosti, zbylá tři se vyskytují v podobné velikosti odchylky, ale naopak méně často.

Experiment - vyhodnocení II:

Při zkoumání příčin tohoto jevu studenti dochází k závěru, že odchylku způsobuje hmotnostní nerovnováha kostek - jedna strana je těžší, než ostatní.

Studenti vyhodnocují zjištěné odchylky ve výsledcích a dochází k závěru, že jedna strana je těžší, než ostatní, což ovlivňuje výsledky. Důvodem může být vnitřní rozmístění struktury výplně v rámci 3D tisku.

Studenti objevují příčinu v typických charakteristikách výrobního procesu 3D tisku.

Experiment - vyhodnocení III:

Aby studenti mohli výsledky dále porovnat s tezemi, vyslovenými při semináři, provádí aritmetický průměr ze všech čtyř sérií pokusných hodů (každý student provedl jednu sérii pokusů po 100 opakování) pro každé číslo z intervalu čísel kostky.

Studenti objevují aritmetický průměr jako nástroj pro zjištění střední hodnoty a odchylek.

Studenti zjišťují, že po zohlednění odchylek, způsobených výrobní nepřesností, se výsledky stále více přibližují predikci s narůstajícím počtem vyhodnocovaných hodů.

Odhalení - statistika reálných události vs. predikce jejich pravděpodobnosti dovede odhalit anomálie, ze kterých lze extrapolovat významné kauzální příčiny pozorovaných jevů.

Experiment - vyhodnocení IV:

Na závěr studenti vyhodnocují, zda jsou na semináři vyslovené hypotézy platné a pokud ano, v jakém rozsahu a jaké důkazy platnost hypotézy podpořily.

Pokud některé z vyslovených hypotéz nejsou platné, studenti definují důvod neplatnosti a příčinu mylnosti vyslovené hypotézy, tedy jaké důkazy vzešlé z experimentu hypotézu spolehlivě vyvrátily.